2026

CANPOINT®

全品高考复习方案

主编：肖德好

作业手册

数学

BS

沈阳出版发行集团
沈阳出版社

目录 CONTENTS

作业手册

第 1 讲　集合 …… 267
第 2 讲　常用逻辑用语 …… 269
第 3 讲　不等式的性质 …… 271
第 4 讲　基本不等式 …… 273
第 5 讲　一元二次不等式 …… 275
第 6 讲　函数的概念及其表示 …… 277
第 7 讲　函数的单调性与最值 …… 279
增分微练 1　函数的增域与最值 …… 281
第 8 讲　函数的奇偶性、对称性 …… 283
第 9 讲　函数的四性质的应用 …… 285
增分微练 2　抽象函数 …… 287
第 10 讲　二次函数与幂函数 …… 289
第 11 讲　指数运算与指数函数 …… 291
第 12 讲　对数运算与对数函数 …… 293
第 13 讲　函数的图象 …… 295
第 14 讲　方程解的存在性及方程的近似解 …… 297
增分微练 3　函数共零点问题 …… 299
第 15 讲　实际问题中的函数模型 …… 300
第 16 讲　导数的概念及其意义、导数的运算 …… 303
第 17 讲　导数与函数的单调性 …… 305
第 18 讲　导数与函数的极值、最值 …… 307
增分微练 4　利用切线解决最值范围问题 …… 309
增分微练 5　构造法在解决函数、导数问题中的应用 …… 310
第 19 讲　导数与不等式 …… 311
第 1 课时　利用导数研究恒（能）成立问题 …… 311
培优专训(一)　必要性探路法之端点效应、极点效应、特殊点效应 …… 313
第 2 课时　利用导数证明不等式 …… 315
第 3 课时　放缩法证明不等式 …… 317
第 20 讲　利用导数研究函数的零点 …… 319
培优专训(二)　隐零点问题 …… 321
第 21 讲　双变量不等式的证明 …… 323
第 22 讲　任意角和弧度制、三角函数的概念 …… 325
第 23 讲　同角三角函数的基本关系式与诱导公式 …… 327
第 24 讲　两角和与差的三角函数公式与二倍角的三角函数公式 …… 329
第 25 讲　简单的三角恒等变换 …… 331
第 26 讲　三角函数的图象与性质 …… 333
第 27 讲　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 及三角函数的简单应用 …… 335
培优专训(三)　三角函数中的参数范围问题 …… 338
第 28 讲　余弦定理、正弦定理 …… 339
第 29 讲　多三角形背景下解三角形 …… 341
第 30 讲　余弦定理、正弦定理应用举例 …… 343
第 31 讲　平面向量的概念及其线性运算 …… 345
第 32 讲　平面向量基本定理及坐标表示 …… 347
第 33 讲　平面向量的数量积 …… 349
第 34 讲　平面向量的综合问题 …… 351
第 35 讲　复数 …… 353
第 36 讲　数列的概念及其函数特性 …… 355
第 37 讲　等差数列及其前 n 项和 …… 357
第 38 讲　等比数列及其前 n 项和 …… 359
第 39 讲　数列求和 …… 361
第 40 讲　数列的综合问题 …… 363
第 41 讲　双数列问题 …… 365
培优专训(四)　数列中的交汇与创新问题 …… 367
第 42 讲　基本立体图形、简单几何体的表面积与体积 …… 369
增分微练 6　与球有关的切、接问题 …… 371

第 43 讲　空间点、直线、平面之间的位置关系 …… 373
第 44 讲　平行关系 …… 375
第 45 讲　垂直关系 …… 377
第 46 讲　空间向量的概念与运算 …… 379
第 47 讲　空间角 …… 381
第 48 讲　空间距离及立体几何中的探索性问题 …… 384
增分微练 7　空间中的动态问题 …… 387
第 49 讲　直线的倾斜角与斜率、直线的方程 …… 389
第 50 讲　两直线的位置关系 …… 391
第 51 讲　圆的方程 …… 393
第 52 讲　直线与圆、圆与圆的位置关系 …… 395
第 53 讲　椭圆 …… 397
　第 1 课时　椭圆及其性质 …… 397
　第 2 课时　直线与椭圆的位置关系 …… 399
第 54 讲　双曲线 …… 401
第 55 讲　抛物线 …… 403
增分微练 8　圆锥曲线中的轨迹问题 …… 405
第 56 讲　圆锥曲线热点问题 …… 407
　第 1 课时　长度、斜率、面积问题 …… 407
　第 2 课时　最值与范围、证明问题 …… 409
　第 3 课时　定点、定值、探索性问题 …… 411
培优专训(六)　解析几何运算优化策略 …… 413
培优专训(七)　圆锥曲线中的交汇、创新问题 …… 415
第 57 讲　抽样的基本方法 …… 417
第 58 讲　用样本估计总体 …… 419
第 59 讲　统计案例 …… 423
第 60 讲　基本计数原理 …… 427
第 61 讲　排列与组合 …… 429
第 62 讲　二项式定理 …… 431
第 63 讲　随机事件与概率、古典概型 …… 433
第 64 讲　随机事件的独立性与条件概率 …… 435
第 65 讲　全概率公式及应用 …… 437
增分微练 9　利用数列递推关系解决概率问题 …… 439
第 66 讲　离散型随机变量的分布列、均值与方差 …… 441
第 67 讲　二项分布与超几何分布、正态分布 …… 444
培优专训(八)　概率与其他知识的交汇问题 …… 447

参考答案 …… 538

增分加练

请从后翻

重点强化练(一)　不等式的性质与基本不等式 …… 451
重点强化练(二)　函数图象与性质 …… 453
重点强化练(三)　函数零点问题 …… 455
重点强化练(四)　导数的几何意义及其应用 …… 457
重点强化练(五)　导数及其应用 …… 459
重点强化练(六)　三角函数的图象与性质 …… 461
重点强化练(七)　三角恒等变换 …… 463
重点强化练(八)　解三角形 …… 465
重点强化练(九)　等差数列与等比数列 …… 468
重点强化练(十)　数列递推与数列求和 …… 471
重点强化练(十一)　空间中的平行与垂直 …… 474
重点强化练(十二)　空间中的截面问题、折叠与展开问题 …… 477
重点强化练(十三)　隐圆问题 …… 480
重点强化练(十四)　焦点三角形与离心率 …… 482
重点强化练(十五)　焦点弦 …… 484
重点强化练(十六)　直线与圆锥曲线、圆与圆锥曲线 …… 486
重点强化练(十七)　随机变量及其分布 …… 489
重点强化练(十八)　概率分布中的决策类问题 …… 493
重点强化练(十九)　创新综合题专练 …… 495

参考答案 …… 597

第1讲　集合（时间：45分钟）

基础热身

1. [2024·南通一模] 已知集合 $A=\{x\mid -2<x<3\}$，$B=\{0,1,2,3\}$，则 $A\cap B=$ （　）

A. $\{-2,-1\}$　　B. $\{0,1\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{0,1,2,3\}$

2. [2024·北京海淀区一模] 已知全集 $U=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$，集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x<2\}$，则 $\complement_U A=$ （　）

A. $(-2,-1)$

B. $[-2,-1)$

C. $(-2,-1)\cup\{2\}$

D. $[-2,-1)\cup\{2\}$

3. [2024·武汉调研] 已知集合 $A=\{x\mid x^2-2x-3<0\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid x^2-4x<0\}$，则 $A\cap B=$ （　）

A. $\{2,3,4\}$　　B. $\{1,2\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{1,2,3\}$

4. 已知集合 $A=\{y\mid y=e^x,x<0\}$，$B=\{y\mid y=\ln x\}$，则 $A\cup B=$ （　）

A. $(-\infty,1)$　　B. $(0,1)$

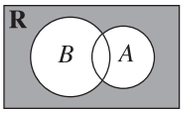
C. $(0,+\infty)$　　D. $\mathbf{R}$

5. 设集合 $A=\left\{x\in\mathbf{N}\,\middle|\,y=\dfrac{12}{x+3}\in\mathbf{N}\right\}$，则集合 A 的真子集个数为 （　）

A. 7　　B. 8

C. 15　　D. 16

6. 已知全集是实数集 $\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid x>2\}$，$B=\{x\mid x^2-x-6>0\}$，则图中阴影部分所表示的集合为 （　）



A. $\{x\mid x>2\}$

B. $\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\{x\mid x\leqslant 2\}$

D. $\{x\mid x<-2$ 或 $x>2\}$

7. [2024·广东广州一模] 设集合 $A=\{1,3,a^2\}$，$B=\{1,a+2\}$，若 $B\subseteq A$，则 $a=$_____.

综合提升

8. [2024·浙江杭州二中、温州中学、金华一中联考] 设集合 $M=\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，$N=\{x\mid x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$，则 $M\cap N=$ （　）

A. $\{x\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{x\mid x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{x\mid x=6k+1,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{x\mid x=6k-1,k\in\mathbf{Z}\}$

9. [2024·湖南邵阳模拟] 若集合 $A=\{x\in\mathbf{N}^*\mid 2^x>8\}$，集合 $B=\{x\mid x^2-7x-8<0\}$，则 $A\cap B$ 的真子集个数为 （　）

A. 14　　B. 15

C. 16　　D. 31

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

10. (多选题)[2024·河南部分学校联考] 已知 $\{a,b\}\subseteq\{1,2,3\}$,$(a,b)\in\{(x,y)\mid y=x+1\}$,则 2^{a^b} 的值可以为 ( )

A. 2　　B. 64

C. 256　　D. 1024

11. (多选题)已知集合 $A=\{x\mid\log_2 x\leqslant 1\}$,$B=\{x\mid |x|\leqslant 1\}$,则 ( )

A. $A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$

B. $A\cap B=\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$

C. $A\cup B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$

D. $\mathbf{N}^*\cap B$ 的子集个数为 2

12. (多选题)[2024·石家庄质检] 某校五一田径运动会上,共有 12 名同学参加 100 米、400 米、1500 米三个项目,其中有 8 人参加"100 米",有 7 人参加"400 米",有 5 人参加"1500 米","100 米"和"400 米"都参加的有 4 人,"100 米"和"1500 米"都参加的有 3 人,"400 米"和"1500 米"都参加的有 3 人,则下列说法正确的是 ( )

A. 三项比赛都参加的有 2 人

B. 只参加"100 米"的有 3 人

C. 只参加"400 米"的有 3 人

D. 只参加"1500 米"的有 1 人

13. [2024·山东烟台二模] 已知集合 $A=\{0,1,2,3\}$,$B=\{a,a^2-1\}$,若 $A\cup B=A$,则实数 a 的值为_____.

14. [2024·重庆八中三模] 已知集合 $A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$,$B=\{x\in\mathbf{N}\mid -1<x<5\}$,则满足 $A\subseteq C\subsetneqq B$ 的集合 C 的个数为_____.

能力拓展

15. 如果集合 U 存在一组两两不交(当两个集合的交集为空集时,称为不交)的非空子集 $A_1,A_2,\cdots,A_k$ ($k\in\mathbf{N}^*$,$k\geqslant 2$),且满足 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_k=U$,那么称无序子集组 $A_1,A_2,\cdots,A_k$ 构成集合 U 的一个 k 划分.若集合 I 中含有 4 个元素,则集合 I 的所有划分的个数为 ( )

A. 7　　B. 9

C. 10　　D. 14

第2讲　常用逻辑用语（时间：45分钟）

基础热身

1. [2024·湖南邵阳联考] 命题"$\exists x\in\mathbf{R},x^2-4x+6<0$"的否定为　(　　)

A. $\exists x\in\mathbf{R},x^2-4x+6>0$

B. $\exists x\in\mathbf{R},x^2-4x+6\leqslant 0$

C. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-4x+6<0$

D. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-4x+6\geqslant 0$

2. [2023·天津卷] "$a^2=b^2$"是"$a^2+b^2=2ab$"的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分又不必要条件

3. [2024·南通一模] 若向量 $\boldsymbol{a}=(\lambda,4)$，$\boldsymbol{b}=(2,\mu)$，则"$\lambda\mu=8$"是"$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$"的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 已知命题 $p:\forall x\in(0,+\infty),e^x>\ln x$，则(　　)

A. p 是真命题，$\neg p:\exists x\in(0,+\infty),e^x\leqslant\ln x$

B. p 是真命题，$\neg p:\exists x\in(-\infty,0),e^x\leqslant\ln x$

C. p 是假命题，$\neg p:\exists x\in(0,+\infty),e^x\leqslant\ln x$

D. p 是假命题，$\neg p:\exists x\in(-\infty,0),e^x\leqslant\ln x$

5. [2024·重庆八中月考] 若 $x,y\in\mathbf{R}$，则 $x+y>0$ 的一个充分不必要条件是　(　　)

A. $x+y>-1$　　B. $x>y>0$

C. $xy>0$　　D. $x^2-y^2>0$

6. (多选题)[2025·山西晋城模拟] 下列命题既是存在量词命题又是真命题的是　(　　)

A. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-3x+5>0$

B. $\exists x\in\mathbf{R},x^2-3x+\sqrt{2}<0$

C. 至少存在两个质数的平方是偶数

D. 存在一个直角三角形的三个内角成等差数列

7. 若集合 $A=\{x\mid x>2\}$，$B=\{x\mid bx>1\}$，其中 b 为实数.

(1)若"$x\in A$"是"$x\in B$"的充要条件，则 $b=$_____；

(2)若"$x\in A$"是"$x\in B$"的充分不必要条件，则 b 的取值范围是_____.

综合提升

8. [2024·石家庄二模] 已知曲线 $C:\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{m}=1$ $(m\neq 0)$，则"$m\in(0,6)$"是"曲线 C 的焦点在 x 轴上"的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

9. [2024·辽宁辽阳二模] 已知 α,β 是两个平面，m,n 是两条直线，且 $\alpha\perp\beta,m\subset\alpha,n\subset\beta$，则“$m\perp n$”是“$m\perp\beta$”的 ( )

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. [2024·浙江金丽衢十二校联考] 在 $\triangle ABC$ 中，“内角 A,B,C 成等差数列且 $\sin A,\sin B,\sin C$ 成等比数列”是“$\triangle ABC$ 是正三角形”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

11. (多选题)[2024·沈阳模拟] 若 $a>0,b>0$，则使“$a>b$”成立的一个充分条件可以是 ( )

A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

B. $|a-2|>|b-2|$

C. $a^2b+b>a+ab^2$

D. $\ln(a^2+1)>\ln(b^2+1)$

12. 若“存在实数 x，使不等式组 $\begin{cases}\frac{x}{3}-\frac{1}{4}\geqslant-\frac{1}{6},\\2x<a\end{cases}$ 成立”为真命题，则实数 a 的取值范围是_____.

13. 已知 $p:\exists x\in\mathbf{R},4^x-2^{x+1}+m=0$. 若 $\neg p$ 是假命题，则实数 m 的取值范围是_____.

能力拓展

14. (多选题)[2024·河南开封质检] 高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一. 用其名字命名的高斯函数(也称为取整函数)为 $f(x)=[x]$，$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，例如 $[-3.5]=-4,[2.1]=2$. 下列命题是真命题的有 ( )

A. $\exists x\in\mathbf{R},f(x)=x-1$

B. $\forall x\in\mathbf{R},n\in\mathbf{Z},f(x+n)=f(x)+n$

C. $\forall x,y>0,f(\lg x)+f(\lg y)=f[\lg(xy)]$

D. $\exists n\in\mathbf{N}^*,f(\lg 1)+f(\lg 2)+f(\lg 3)+\cdots+f(\lg n)=92$

15. [2025·广东肇庆模拟] 已知函数 $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x-1}(x>2)$，若存在 $x\in(2,+\infty)$，使得 $f(x)<m$ 成立，则实数 m 的取值范围是_____.

第3讲　不等式的性质（时间：45分钟）

基础热身

1. 已知 $P=a^2+3a+2$，$Q=a+1$，则　（　）

A. $P<Q$　　B. $P\leqslant Q$

C. $P>Q$　　D. $P\geqslant Q$

2. [2024·青海西宁一模] 下列结论中正确的是　（　）

A. 若 $ab\neq 0$ 且 $a<b$，则 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

B. 若 $a>b$，则 $a^2>b^2$

C. 若 $a>b$，$c>d$，则 $ac>bd$

D. 若 $a>b$，则 $a+c>b+c$

3. 设 $a>b>0$，$x=\sqrt{a+b}-\sqrt{a}$，$y=\sqrt{a}-\sqrt{a-b}$，则 x，y 的大小关系为　（　）

A. $x>y$　　B. $x<y$

C. $x=y$　　D. 不确定

4. [2024·安徽淮北质检] 已知 a，$b\in\mathbf{R}$，下列结论正确的是　（　）

A. 若 $ab=1$，则 $a+b\geqslant 2$

B. 若 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则 $a>b$

C. 若 $a>b$，则 $\ln(a-b)>0$

D. 若 $a>b>0$，则 $a+\frac{1}{b}>b+\frac{1}{a}$

5. [2024·福建福州质检] 设 a，$b\in\mathbf{R}$，则“$ab<0$”是“$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}=0$”的　（　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 a，b 均为正数，使“若 m 为正数，则 $\frac{b+m}{a+m}<\frac{b}{a}$”是真命题的一组数 a，b 可以为 $a=$_____，$b=$_____.（写出一组即可）

7. 已知 $x>0$，$y>0$，若 $-1\leqslant\lg\frac{x}{y}\leqslant 2$，$1\leqslant\lg x\leqslant 4$，则 $\lg\frac{x^2}{y}$ 的取值范围是_____.

综合提升

8. [2024·北京西城区一模] 设 $a=t-\frac{1}{t}$，$b=t+\frac{1}{t}$，$c=t(2+t)$，其中 $-1<t<0$，则　（　）

A. $b<a<c$　　B. $c<a<b$

C. $b<c<a$　　D. $c<b<a$

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

9. [2024·浙江金华一中模拟] 设 a,b,c 的平均数为 M,a 与 b 的平均数为 N,N 与 c 的平均数为 P.若 $a>b>c$,则 ( )

A. $N<P$

B. $P<M$

C. $N<M$

D. $M+N<2P$

10. 已知 $a^2+1\geqslant b\geqslant 2a\geqslant \frac{4}{b}>0$,则下列结论中正确的个数是 ( )

①$b\geqslant 2$;②$a\geqslant 2$;③$ab\geqslant 2$;④a^2+b^2 的最小值为 6.

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

11. (多选题)[2025·黄冈模拟] 已知 $c<0<b<a$,则 ( )

A. $ac+b<bc+a$

B. $b^3+c^3<a^3$

C. $\frac{a+c}{b+c}<\frac{a}{b}$

D. $\frac{c}{\sqrt{a}}>\frac{c}{\sqrt{b}}$

12. (多选题)[2025·湖北鄂东南模拟] 已知两个正数 a,b 满足 $a+b=2$,则下述结论正确的是 ( )

A. $|a-1|=|b-1|$

B. $2^a+2^b\geqslant 4$

C. $\lg a\geqslant \lg \frac{1}{b}$

D. $b-\frac{4}{a^2}<-1$

13. 某地为加强体育文化建设,购买了一批体育器材.已知在该批次器材中,4 个排球和 5 个足球的价格之和小于 400 元,而 6 个排球和 3 个足球的价格之和大于 450 元.设 1 个排球的价格为 A 元,1 个足球的价格为 B 元,则 A_____B(填“>”“<”或“=”).

14. [2024·石家庄二模] 若实数 $x,y,z\geqslant 0$,且 $x+y+z=4$,$2x-y+z=5$,则 $M=4x+3y+5z$ 的取值范围是_____.

能力拓展

15. (多选题)[2024·安徽合肥模拟] 已知实数 a,b 满足 $0<a<b<1$,则 ( )

A. $\frac{b}{a}<\frac{b-1}{a-1}$

B. $a+b>ab$

C. $a^b<b^a$

D. $2^a-2^b<\log_{\frac{1}{2}}a-\log_{\frac{1}{2}}b$

第4讲　基本不等式（时间：45分钟）

基础热身

1. 若 $x>0$，则 $x+\frac{4}{x}$ 的最小值为　（　）

A. 2　　B. 3

C. $2\sqrt{2}$　　D. 4

2. 设 $0<a<b$，则下列不等式正确的是　（　）

A. $a<b<\sqrt{ab}<\frac{a+b}{2}$

B. $a<\sqrt{ab}<\frac{a+b}{2}<b$

C. $a<\sqrt{ab}<b<\frac{a+b}{2}$

D. $\sqrt{ab}<a<\frac{a+b}{2}<b$

3. 已知 $m,n\in\mathbf{R}$，且有 $2^m+2^n=2^{m+n}$，则 $m+n+1+2^{m+n}$ 的最小值是　（　）

A. 6　　B. 7

C. 8　　D. 9

4. [2025·湖北黄冈调研] 若 $m>0,n>0$，且 $3m+2n-1=0$，则 $\frac{3}{m}+\frac{2}{n}$ 的最小值为　（　）

A. 20　　B. 12

C. 16　　D. 25

5. [2024·辽宁沈阳二中五模] 当 $x>1$ 时，不等式 $x+\frac{1}{x-1}\geqslant a$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是　（　）

A. $(-\infty,2]$　　B. $[2,+\infty)$

C. $[3,+\infty)$　　D. $(-\infty,3]$

6. 已知正实数 x,y 满足 $x^2+4y^2-2xy=1$，则 xy 的最大值为_____.

7. 已知 $0<x<\frac{1}{3}$，则 $x(1-3x)$ 的最大值是_____.

综合提升

8. 已知 $x>1,y<0$，且 $3y(1-x)=x+8$，则 $x-3y$ 的最小值是　（　）

A. 8　　B. 6

C. $\frac{15}{2}$　　D. $\frac{13}{2}$

9. [2024·广东韶关二模] 在工程中，估算平整一块矩形场地的工程量 W（单位：平方米）的计算公式是 $W=$（长$+4$）$\times$（宽$+4$）（长、宽的单位均为米），在不测量长和宽的情况下，若只知道这块矩形场地的面积是 10 000 平方米，每平方米收费 1 元，则估算平整完这块矩形场地所需的最少费用（单位：元）是　（　）

A. 10 000　　B. 10 480

C. 10 816　　D. 10 818

10. (多选题)[2024·湖南长沙长郡中学月考] 下列函数中最小值为 2 的是 ( )

A. $y=x^2+2x+3$

B. $y=|\sin x|+\dfrac{1}{|\sin x|}$

C. $y=2^x+2^{1-x}$

D. $y=\ln x+\dfrac{1}{\ln x}$

11. (多选题)[2022·新高考全国Ⅱ卷] 若实数 x,y 满足 $x^2+y^2-xy=1$,则 ( )

A. $x+y<1$

B. $x+y\geqslant-2$

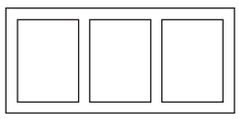
C. $x^2+y^2\geqslant1$

D. $x^2+y^2\leqslant2$

12. [2024·重庆南开中学质检] 对于正数 a,b,有 $(2ab+1)(a+b)=6ab$,则 $a+b$ 的取值范围是_____.

13. [2024·河南濮阳三模] 设 $a>0$,$b>0$,记 M 为 $\dfrac{1}{a}$,b,$a+\dfrac{3}{b}$ 三个数中最大的数,则 M 的最小值为_____.

14. 某校生物兴趣小组为开展课题研究,分得一块面积为 32 m^2 的矩形空地,并计划在该空地上设置三块全等的矩形试验区(如图所示).要求试验区与矩形空地边界之间各空 0.5 m,各试验区之间也空 0.5 m,则每块试验区的面积的最大值为_____m^2.



能力拓展

15. (多选题)[2025·江苏泰州模拟] 已知 x,y 均为正实数,则下列说法正确的是 ( )

A. $\dfrac{xy}{x^2+y^2}$的最大值为$\dfrac{1}{2}$

B. 若 $x+y=4$,则 x^2+y^2 的最大值为 8

C. 若$\dfrac{2}{x}+y=1$,则 $x+\dfrac{1}{y}$的最小值为 $3+2\sqrt{2}$

D. 若 $x^2+y^2=x-y$,则$\dfrac{x+y+1}{x+2y}$的最小值为$\dfrac{17}{9}$

16. [2024·湖北黄石三模] 已知 a,b 均为正实数,若 $a+4b=4$,则$\dfrac{\sqrt{a}+2\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}$的最小值为_____,此时 a 的值为_____.

第5讲　一元二次不等式（时间：45分钟）

基础热身

1. 不等式$(2-x)(2x-3)>0$的解集是　（　）

A. $\left\{x\left|x<\frac{3}{2}\text{或}x>2\right.\right\}$

B. $\mathbf{R}$

C. $\left\{x\left|\frac{3}{2}<x<2\right.\right\}$

D. $\varnothing$

2. 已知关于x的不等式$ax^2+bx+1>0$的解集为$\left\{x\left|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}\right.\right\}$，则$a,b$的值分别是　（　）

A. $-3,-6$　　B. $-6,-1$

C. $6,3$　　D. $3,6$

3. 若$0<t<1$，则关于x的不等式$(t-x)\left(x-\frac{1}{t}\right)>0$的解集为　（　）

A. $\left\{x\left|\frac{1}{t}<x<t\right.\right\}$

B. $\left\{x\left|x<\frac{1}{t}\text{或}x>t\right.\right\}$

C. $\left\{x\left|t<x<\frac{1}{t}\right.\right\}$

D. $\left\{x\left|x<t\text{或}x>\frac{1}{t}\right.\right\}$

4. 不等式$(x^2-2x-3)(x^2+4x+4)<0$的解集是　（　）

A. $\{x|x<-1\text{或}x>3\}$

B. $\{x|-1<x<2\text{或}2<x<3\}$

C. $\{x|-1<x<3\}$

D. $\{x|-2<x<3\}$

5. （多选题）若关于x的一元二次不等式$ax^2+bx+c>0(a,b,c\in\mathbf{R})$的解集为$\{x|-2<x<3\}$，则　（　）

A. $a>0$　　B. $bc>0$

C. $a+b=0$　　D. $a-b+c>0$

6. 若关于x的不等式$(m^2-1)x^2+(m-1)x+1>0$的解集为$\mathbf{R}$，则实数m的取值范围为_____.

7. 某文具店购进一批新型台灯，若按每盏台灯15元的价格销售，每天能卖出30盏，若每盏台灯的售价每提高1元，日销售量将减少2盏，现决定提价销售，为了使这批台灯每天获得400元以上（不含400元）的销售收入，则每盏台灯的售价x（单位：元）的取值范围是_____.

综合提升

8. 关于x的方程$x^2-2ax+1=0$的两根分别在$(0,1)$与$(1,3)$内，则实数a的取值范围为　（　）

A. $1<a<\frac{5}{3}$

B. $a<1$或$a>\frac{5}{3}$

C. $-1<a<\frac{5}{3}$

D. $-\frac{5}{3}<a<-1$

9. 若关于x的不等式$x^2-ax+2>0$在区间$[1,5]$上有解，则a的取值范围是　（　）

A. $(2\sqrt{2},+\infty)$　　B. $(-\infty,2\sqrt{2})$

C. $(-\infty,3)$　　D. $\left(-\infty,\frac{27}{5}\right)$

10. [2024·河南新乡二模] 函数$f(x)=[x]$被称为取整函数，也被称为高斯函数，其中$[x]$表示不大于实数x的最大整数. 若对任意$m\in(0,+\infty)$，$[x]^2+[x]\leqslant\frac{m^2+1}{m}$恒成立，则$x$的取值范围是　（　）

A. $[-1,2]$　　B. $(-1,2)$

C. $[-2,2)$　　D. $(-2,2]$

11. （多选题）已知关于x的不等式$a(x-1)(x+3)-2>0$的解集是(x_1,x_2)，其中$x_1<x_2$，则下列结论中正确的是　（　）

A. $x_1+x_2+2=0$

B. $-3<x_1<x_2<1$

C. $|x_1-x_2|>4$

D. $x_1x_2+3<0$

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

12. 若关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $(-2,4)$，则关于 x 的不等式 $\frac{ax+c}{bx-c}\leqslant 0$ 的解集为_____.

13. 设 $0<b<1+a$，若关于 x 的不等式 $(x-b)^2>(ax)^2$ 的解集中的整数恰有 3 个，则 a 的取值范围是_____.

14. 已知函数 $f(x)=ax^2+(b-2)x+3(a\neq 0)$.

(1)当 $a=1,b=6$ 时，求函数 $f(x)$ 的零点；

(2)若不等式 $f(x)>0$ 的解集为 $\{x\mid -1<x<1\}$，求实数 a,b 的值.

15. 已知函数 $f(x)=4^x+a\cdot 2^x$.

(1)若 $a=-5$，求不等式 $f(x)\leqslant -4$ 的解集；

(2)当 $x\in[-2,2]$ 时，$f(x)$ 的最小值为 -1，求 a 的值.

能力拓展

16. 方程 $ax^3+bx^2+cx+d=0(a\neq 0$ 且 $d\neq 0)$ 有三个根 x_1,x_2,x_3，则下列结论不正确的是 （ ）

A. $x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}$

B. $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\frac{c}{a}$

C. $x_1x_2x_3=-\frac{d}{a}$

D. $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-\frac{b}{a}$

17. 已知函数 $f(x)=x^2-bx+c(b>0,c>0)$ 的两个零点分别为 x_1,x_2，若 $x_1,x_2,-2$ 三个数适当调整顺序后可构成等差数列，也可构成等比数列，则不等式 $\frac{x-b}{x-c}\leqslant 0$ 的解集为 （ ）

A. $(-\infty,4]\cup(5,+\infty)$

B. $[4,5]$

C. $(-\infty,4)\cup[5,+\infty)$

D. $(4,5]$

第6讲　函数的概念及其表示（时间：45分钟）

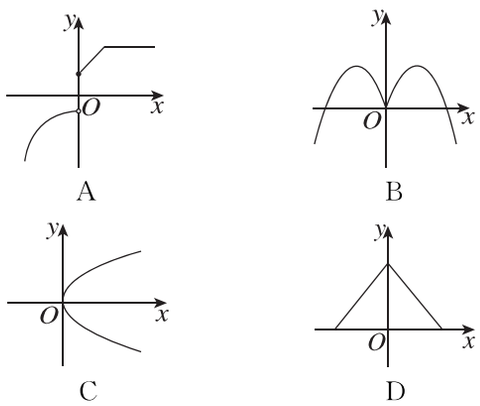
基础热身

1. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}3x,x\geqslant 0,\\ f(x+3),x<0,\end{cases}$ 则 $f(-4)=$ （　）

A. 6　　B. 2

C. 4　　D. 8

2. 下列图象中，不能作为函数图象的是 （　）



3. 下列各组函数是同一个函数的为 （　）

A. $f(x)=x-1,g(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$

B. $f(x)=\sqrt{x^2},g(x)=x$

C. $f(x)=\sqrt{-x^3},g(x)=x\sqrt{-x}$

D. $f(x)=x^2-2x-1,g(s)=s^2-2s-1$

4. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(1-x)=\dfrac{1-x^2}{x^2}(x\neq 0)$，则 $f(x)=$ （　）

A. $\dfrac{1}{(x-1)^2}-1(x\neq 0)$

B. $\dfrac{1}{(x-1)^2}-1(x\neq 1)$

C. $\dfrac{4}{(x-1)^2}-1(x\neq 0)$

D. $\dfrac{4}{(x-1)^2}-1(x\neq 1)$

5. 若函数 $f(x)=\sqrt{ax^2+x+1}$ 的值域为 $[0,+\infty)$，则实数 a 的取值范围为 （　）

A. $\left(0,\dfrac{1}{4}\right]$

B. $\{0\}\cup\left[\dfrac{1}{4},+\infty\right)$

C. $\left[0,\dfrac{1}{4}\right]$

D. $\left[\dfrac{1}{4},+\infty\right)$

6. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的值域为 $[-3,2]$，则函数 $y=f(x+a)$ 的值域为_____.

7. [2024·北京东城区二模] 设函数 $f(x)=\begin{cases}1,|x|<1,\\ x^2,|x|\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $f\left[f\left(\dfrac{1}{2}\right)\right]=$_____；不等式 $f(x)<f(2x)$ 的解集是_____.

综合提升

8. 已知函数 $y=f(x+1)$ 的定义域为 $[-2,3]$，则 $y=\dfrac{f(2x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域为 （　）

A. $[-5,5]$　　B. $(1,5]$

C. $\left(1,\dfrac{3}{2}\right]$　　D. $\left[-5,\dfrac{3}{2}\right]$

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

9. 设 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x},0<x<1,\\2(x-1),x\geqslant 1.\end{cases}$ 若 $f(a)=f(a+1)$,则 $f\left(\frac{1}{a}\right)=$ ( )

A. 2　　B. 4

C. 6　　D. 8

10. 已知函数 $f(x)$满足 $f(e^{x-1})=2x-1$,$f(a)+f(b)=0$,则下列结论正确的是 ( )

A. $a+b=1$　　B. $a+b=\frac{1}{e}$

C. $ab=1$　　D. $ab=\frac{1}{e}$

11. 设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x},x\leqslant 0,\\1,x>0,\end{cases}$ 则满足 $f(x+1)<f(2x)$的 x 的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,-1]$　　B. $(0,+\infty)$

C. $(-1,0)$　　D. $(-\infty,0)$

12. (多选题)下列对应关系 f 满足函数定义的有 ( )

A. $f(x^2)=|x|$

B. $f(x^2)=x$

C. $f(\cos x)=x$

D. $f(e^x)=x$

13. 若几个函数的定义域、值域相同,但对应关系不同,则称这几个函数为“同域函数”. 函数 $f(x)=\sqrt{x-1}-\sqrt{2-x}$ 的值域为$[-1,1]$,则与 $f(x)$是“同域函数”的一个函数的解析式为_____.

14. 符号函数 $\mathrm{sgn}(x)=\begin{cases}1,x>0,\\0,x=0,\\-1,x<0,\end{cases}$ 则方程$[1+\mathrm{sgn}(x)]\cdot\log_2|x|+[1-\mathrm{sgn}(x)]\cdot 2^x=1$ 的解组成的集合为_____.

能力拓展

15. (多选题)[2025·嘉兴模拟] 定义在$[0,+\infty)$上的函数 $f(x)$满足 $f(x)=f\left(\frac{3ax}{x^2+a}\right)$,其值域是 M. 若对于任何满足上述条件的 $f(x)$都有$\{y|y=f(x),x\in[0,1]\}=M$,则实数 a 的取值可以为 ( )

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. 1

第7讲　函数的单调性与最值（时间：45分钟）

基础热身

1. [2023·北京卷] 下列函数中，在区间$(0,+\infty)$上单调递增的是　(　　)

A. $f(x)=-\ln x$

B. $f(x)=\frac{1}{2^x}$

C. $f(x)=-\frac{1}{x}$

D. $f(x)=3^{|x-1|}$

2. 函数$f(x)=|x-1|+|x-2|$的单调递增区间是　(　　)

A. $[1,+\infty)$　　B. $(-\infty,1]$

C. $[1,2]$　　D. $[2,+\infty)$

3. 已知函数$y=f(x)$在定义域$(-1,1)$上满足对任意的$x_1,x_2\in(-1,1)$，且$x_1\neq x_2$，都有$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$，若$f(2a-1)<f(1-a)$，则实数$a$的取值范围是　(　　)

A. $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$　　B. $\left(\frac{2}{3},1\right)$

C. $(0,2)$　　D. $(0,+\infty)$

4. 已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2-ax-5,x\leqslant 1,\\ \frac{a}{x},x>1\end{cases}$是$\mathbf{R}$上的增函数，则$a$的取值范围是　(　　)

A. $(-\infty,-2)$　　B. $(-\infty,0)$

C. $(-3,-2]$　　D. $[-3,-2]$

5. [2024·浙江镇海中学期末] 设函数$f(x)=\frac{a-1}{a^x-1}+b(a>0,a\neq 1)$，则函数$f(x)$的单调性　(　　)

A. 与a有关，且与b有关

B. 与a无关，但与b有关

C. 与a有关，但与b无关

D. 与a无关，且与b无关

6. 已知$f(x)$和$g(x)$在定义域内均为增函数，但$y=f(x)\cdot g(x)$不一定是增函数，请写出一对这样的函数：$f(x)=$_____，$g(x)=$_____.

7. 设函数$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-ax+3)$在$(2,3)$上单调递减，则$a$的取值范围是_____.

综合提升

8. 设函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上为增函数，则下列结论正确的是　(　　)

A. $y=\frac{1}{|f(x)|}$在$\mathbf{R}$上为减函数

B. $y=|f(x)|$在$\mathbf{R}$上为增函数

C. $y=-\frac{1}{f(x)}$在$\mathbf{R}$上为增函数

D. $y=-f(x)$在$\mathbf{R}$上为减函数

9. 已知函数$f(x)=e^x+4x+1$，$a=f(\ln 4)$，$b=f(\ln 3)$，$c=f(1)$，则a,b,c的大小关系为　(　　)

A. $b>c>a$　　B. $c>b>a$

C. $b>a>c$　　D. $a>b>c$

10. [2025·大同一模] 已知实数$a>0$，且满足不等式$\log_3(3a+2)>\log_3(4a+1)$，若$a^x-a^y<x-y$，则下列关系式一定成立的是　(　　)

A. $x+y>0$　　B. $x+y>1$

C. $x-y>0$　　D. $x-y>1$

11. (多选题)已知函数$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{ax^2-4x+3}$，则下列叙述正确的是　(　　)

A. 当$a=1$时，函数$f(x)$在区间$(2,+\infty)$上单调递增

B. 当$a=1$时，函数$f(x)$在区间$(2,+\infty)$上单调递减

C. 若函数$f(x)$有最大值2，则$a=1$

D. 若函数$f(x)$在区间$(-\infty,2)$上单调递增，则a的取值范围是$[0,1]$

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

12. 对于函数 $f(x)$ 定义域中任意的 x_1,x_2，当 $0<x_1<x_2<\frac{\pi}{2}$ 时，总有 ① $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$，② $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 成立，则满足条件的函数 $f(x)$ 的解析式可以是_____.

13. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调函数，且 $f[f(x)-2^x-2x]=10$，则 $f(x)$ 在 $[-2,2]$ 上的最大值为_____.

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2-x,x<0,\\-x^2+bx+c,x\geqslant 0,\end{cases}$ 且 $f(1)=5,f(2)=6$.

(1)求 $f(x)$ 的解析式；

(2)写出 $f(x)$ 的单调递增区间和单调递减区间.

15. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数，对任意的 $x,y\in\mathbf{R}$，满足 $f(x)-2=f(x+y)-f(y)$，$f(1)=3$，且当 $x<0$ 时，$f(x)<2$.

(1)求证：$f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数；

(2)解不等式 $f[(\log_a x)^2]\geqslant 3-f(\log_a x-3)$ $(a>0$ 且 $a\neq 1)$.

能力拓展

16. 已知定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足：对任意的 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，$x_1\neq x_2$，都有 $(x_2-x_1)\cdot\left[f(x_2)-f(x_1)+2\ln\frac{x_1}{x_2}\right]<0$，且 $f(2)=4\ln 2$. 满足不等式 $f(x-2022)>2\ln(2x-4044)$ 的 x 的取值范围是 ( )

A. $(-\infty,2022)$　　B. $(2022,2024)$

C. $[2022,+\infty)$　　D. $[2024,+\infty)$

17. (多选题)[2024·重庆八中模拟] 已知函数 $f(x)=\log_6(2^x+3^x)$，$g(x)=\log_3(6^x-2^x)$，下列结论正确的是 ( )

A. $f\left(\frac{1}{2}\right)<g\left(\frac{1}{2}\right)$

B. 存在 $t\in(0,1)$，使得 $f(t)=g(t)=t$

C. 对任意 $x\in(1,+\infty)$，都有 $f(x)<g(x)$

D. 对任意 $x\in(0,+\infty)$，都有 $|x-f(x)|\leqslant|g(x)-x|$

增分微练 1　函数的值域与最值（时间：45 分钟）

基础热身

1. 下列函数中，值域为$[0,+\infty)$的是　（　）

A. $y=2^x$　　B. $y=x^{\frac{1}{2}}$

C. $y=\tan x$　　D. $y=\cos x$

2. 函数 $g(x)=\dfrac{2x-1}{x}$在区间$\left[\dfrac{1}{2},2\right]$上的最小值是　（　）

A. -1　　B. 0

C. -2　　D. $\dfrac{3}{2}$

3. 函数 $f(x)=\begin{cases}x^2,x\in[-1,0],\\ \dfrac{1}{x},x\in(0,1]\end{cases}$ 的　（　）

A. 最小值为 0，最大值为 1

B. 最小值为 0，无最大值

C. 最小值为 0，最大值为 5

D. 最小值为 1，最大值为 5

4. 设函数 $f(x)=\dfrac{2x}{x-2}$在区间$[3,4]$上的最大值和最小值分别为 M,m，则$\dfrac{m^2}{M}=$　（　）

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. $\dfrac{3}{8}$

C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{8}{3}$

5. 函数 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-2x}$ 的值域为　（　）

A. $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$　　B. $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$

C. $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$　　D. $(0,2]$

6. 函数 $y=\dfrac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$的最小值为_____.

7. 函数 $f(x)=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x-\log_2(x+2)$在区间$[-1,1]$上的最大值为_____.

综合提升

8. 若函数 $f(x)$的值域是$\left[\dfrac{1}{2},3\right]$，则函数 $F(x)=f(x)+\dfrac{1}{f(x)}$的值域是　（　）

A. $\left[\dfrac{1}{2},3\right]$　　B. $\left[2,\dfrac{10}{3}\right]$

C. $\left[\dfrac{5}{2},\dfrac{10}{3}\right]$　　D. $\left[\dfrac{5}{6},5\right]$

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

9. 下列说法正确的是 ( )

A. $y=\sqrt{x-1}-\sqrt{x-3}$的值域为$(-\infty,\sqrt{2}]$

B. $y=\sqrt{x}+\sqrt{4-x}$的最大值为 2

C. $y=\lg(x^2-2x-3)$的单调递增区间为$(1,+\infty)$

D. 函数 $y=\dfrac{\sin x}{2-\cos x}$的最小值为$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

10. 设 $f(x)=\begin{cases}(x+a)^2, x\leqslant 0,\\ x+\dfrac{1}{x}+a, x>0,\end{cases}$ 若 $f(0)$是 $f(x)$的最小值,则 a 的取值范围为 ( )

A. $[-1,0]$　　B. $[-1,2]$

C. $[-2,-1]$　　D. $[-2,0]$

11. (多选题)已知定义域为 A 的函数 $f(x)$,若对任意 $x\in A$,存在正数 M,都有$|f(x)|\leqslant M$ 成立,则称函数 $f(x)$是定义域 A 上的"有界函数".则下列函数为"有界函数"的是 ( )

A. $f(x)=\dfrac{3+x}{4-x}$

B. $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

C. $f(x)=\dfrac{5}{2x^2-4x+3}$

D. $f(x)=x+\sqrt{4-x}$

12. 函数 $y=x+4+\sqrt{9-x^2}$的值域为_____.

13. 已知函数 $f(x)$的值域为$\left[\dfrac{3}{8},\dfrac{4}{9}\right]$,则函数 $g(x)=f(x)+\sqrt{1-2f(x)}$的值域为_____.

14. 已知实数 a,b 满足 $\lg a+\lg b=\lg(a+2b)$,则 $a+b$ 的最小值是_____.

15. [2024·山西阳泉模拟] 已知函数 $f(x)=m+\sqrt{x+2}$.若存在实数 $a,b(a<b)$,使 $f(x)$在$[a,b]$上的取值范围为$[a,b]$,则符合条件的 m 的一个值为_____.